

UDK: 613.11:518.2(083.6):616-036.8:314.48: 312.2:457.23
doi: 10.5937/tokosig2001007P

Prof. dr Marija V. Paunović¹
Dr Vladimir M. Gajović²

PRILAGOĐAVANJE TABLICA MORTALITETA KORIŠĆENJEM METODE OGRANIČENE FLUKTUACIJE

ORIGINALNI NAUČNI RAD

Apstrakt

Teorija kredibiliteta pruža alat za bavljenje slučajnim promenljivama koje se koriste za predviđanje budućih događaja. Procedura kredibiliteta koristi se da se poboljša procena statističkih parametara u datom zadatku. Budući da se koristi od samih početaka aktuarske prakse, to je jedna od najproduktivnijih aktuarskih tehnika, koja se i dalje razvija i prilagođava u cilju rešavanja savremenih problema. U ovom radu procedura kredibiliteta biće korišćena za modifikaciju standardne tablice mortaliteta stanovništva, konkretnije Tablice mortaliteta za žensko stanovništvo Srbije (Tablice mortaliteta RZS 2010-2012), kako bi nova tablica odražavala iskustvo određene podgrupe populacije stanovništva i kako bi se time utvrdila pouzdanija procena smrtnosti uključivanjem iskustvenih podataka te podgrupe u analizu.

Ključne reči: *tablice mortaliteta, stopa smrtnosti, kredibilitet*

I Uvod

Poslednjih godina regulatori i penzijski fondovi posvećuju veću pažnju pretpostavkama o stopama smrtnosti koje se koriste u penzijskim planovima. Jedan o razloga jeste taj što raste svest o varijabilnosti stope smrtnosti unutar različitih demografskih grupa i/ili populacija unutar planova, što rezultira potrebom da se pretpostavke preispitaju i bolje prilagode konkretnim planovima. Dokazi iz prakse upućuju na to da smrtnost varira u zavisnosti od delatnosti, geografskog područja i vrste posla. To je dovelo do ponovnog interesovanja za teoriju kredibiliteta kao sredstva za prilagođavanje standardnih tablica mortaliteta konkretnim penzijskim

¹ Fakultet za hotelijerstvo i turizam u Vrnjačkoj Banji, Univerzitet u Kragujevcu, i-mejl: majap@rcub.bg.ac.rs

² Direktor GFO transporta i kredita u Beogradu, Kompanija „Dunav osiguranje“ a.d.o.,

i-mejl: vladimir.gajovic@dunav.com

Rad je primljen: 28. januara 2020.

Rad je prihvaćen: 8. februara 2020.

planovima, odnosno populaciji obuhvaćenoj tim planovima. U tom smislu u SAD i Kanadi zakonski je određeno da penzijski planovi koriste prilagođene tablice smrtnosti za čiju izradu se koristi teorija kredibiliteta.³ Utvrđene su smernice za korišćenje procedure kredibiliteta, a Standard aktuarske prakse br. 25 (Procedure kredibiliteta) proširen je na penzijske planove.

Koncept kredibiliteta u aktuarskoj praksi koristi se od početka postojanja aktuarske nauke. Jedan od prvih zabeleženih radova na tu temu jeste rad Alberta Mowbraya (Albert Mowbray),⁴ objavljen 1914. godine. Rane diskusije o kredibilitetu fokusirale su se na procenu srednje učestalosti šteta pomoću klasičnih i empirijskih procedura kredibiliteta. Kasnije su razvijene formule za Bajesove procedure kredibiliteta i metod ograničene fluktuacije.⁵ Najnovije metode kredibiliteta uključuju procenu kredibiliteta u generalizovane linearne modele ili druge multivarijantne tehnike modelovanja. Različiti pristupi upotrebljavaju se u procedurama kredibiliteta. U zavisnosti od problema, pristup se zasniva na proceni, matematičkim modelima ili njihovoj kombinaciji.⁶

U ovom radu biće objašnjena metoda ograničene fluktuacije i prikazan način korišćenja procedure kredibiliteta prilikom prilagođavanja standardnih tablica mortaliteta konkretnim penzijskim planovima.

II Procedura kredibiliteta

Teorija kredibiliteta pruža alat za bavljenje slučajnim promenljivama (podacima) koji se koriste za predviđanje budućih događaja. Kredibilitet je procena prediktivne vrednosti u datoj primeni koju aktuar dodaje određenom skupu podataka (prediktivno se ovde koristi u statističkom smislu, a ne u smislu predviđanja budućnosti).⁷ Procedura kredibiliteta predstavlja proces koji obuhvata procenu iskustva društva za potencijalnu upotrebu u određivanju pretpostavki bez referenci na druge podatke ili identifikaciju relevantnog iskustva. Procedura kredibiliteta koristi se i da se poboljša procena parametra u datom zadatku. Kredibilitet se može koristiti za određivanje cene osiguravajućeg pokrivača, izračunavanje premijske stope osiguranja, utvrđivanje buduće premijske stope na osnovu iskustva i rezervisanja i dr.

Društvo za osiguranje koristi podatke o prošlim štetama za procenu budućih troškova za pružanje osiguravajućeg pokrivača. Međutim, štete u osiguranju proizlaze

³ Internal Revenue Service (IRS), www.irs.gov

⁴ Albert H. Mowbray, „How extensive a payroll exposure is necessary to give a dependable pure premium?”

⁵ Detaljne formule mogu se naći u radovima autora Gavina Benjamina, „Selecting Mortality Tables: A Credibility Approach“, Research paper, Society of Actuaries, 2008 i American Academy of Actuaries, *Credibility Practice Note*, 2008.

⁶ Videti Marija Kerkez, Nebojša M. Ralević, „Uncertainty analysis and risk modeling in insurance“, Insurance in the post-crisis era, (Kočović, J. Baskakov. V. Boričić, B. et al. eds) University of Belgrade, Faculty of Economics Publishing Centre, 2018, Chapter 18, 309–326.

⁷ Actuarial Standard of Practice No. 25. Credibility Procedures Applicable to Accident and Health, Group Term Life, and Property/Casualty Coverage.

iz slučajnih pojava. Korišćenje prosečnog godišnjeg podatka o štetama u proteklih nekoliko godina može rezultirati lošom procenom troškova za narednu godinu. Očekivana tačnost te procene je funkcija varijabilnosti šteta. Ti podaci sami po sebi nisu prihvatljivi za izračunavanje premijskih stopa u osiguranju.

Prilikom primene metoda kredibiliteta, potrebno je uzeti u razmatranje karakteristike kako iskustva društva (prošli podaci) tako i relevantnog iskustva (iskustvo slično iskustvu društva). Aktuar treba da koristi stručnu procenu pri izboru, razvoju ili upotrebi metode kredibiliteta. Prilikom odlučivanja, vodi se računa o obimu u kojem je iskustvo društva uključeno u relevantno iskustvo. Ako je iskustvo društva bitan deo relevantnog iskustva, aktuar na osnovu stručne procene treba da odluči da li i kako koristiti to relevantno iskustvo. Takođe, potrebno je uzeti u obzir i homogenost i prediktivnu stabilnost tih podataka, pri čemu se mogu isključiti segmenti koji nisu tipični predstavnici iskustva u celini i tako dobiti bolja prediktivna vrednost. Aktuar takođe razmatra ravnotežu između homogenosti podataka i veličine skupa podataka.

Osnovna formula za kredibilitet:

Procena = $Z \times [\text{Opservacija}] + (1-Z) \times [\text{Ostale informacije}]$, $0 < Z < 1$,
gde je Z faktor kredibiliteta dodeljen posmatranju, $1-Z$ se generalno naziva komplementom faktora kredibiliteta.

1. Kredibilitet ograničene fluktuacije

U klasičnim procedurama kredibiliteta postavljaju se pretpostavke u vezi s oblikom osnovne raspodele verovatnoće. Na osnovu te funkcije raspodele verovatnoća, izračunavaju se odgovarajući broj šteta, iznos premije i drugo, tako da je verovatnoća kretanja šteta društva u okviru naznačenog procenta očekivane vrednosti. Jedan takav pristup koji pretpostavlja da štete prate normalnu raspodelu jeste kredibilitet ograničene fluktuacije.

Metod ograničene fluktuacije manje je rigorozan od metode najveće preciznosti,⁸ ali zahteva subjektivne procene parametara. Metod koristi linearnu kombinaciju relevantnog iskustva \hat{m} i iskustva društva $\hat{\alpha}$ za procenu:

$$\hat{E} = Z \cdot \hat{m} + (1 - Z) \cdot \hat{\alpha},$$

gde treba utvrditi faktor kredibiliteta Z .

Ako je $Z = 1$, podaci zadovoljavaju kriterijum za potpun kredibilitet, dok pri $Z = 0$, podaci koji su razmatrani nemaju kredibilitet za posmatrani proces. Ukoliko je $0 < Z < 1$, posmatrana količina podataka nije dovoljna i to je tzv. parcijalni kredibilitet.

⁸ Više o ovoj metodi naći u radovima: Stuart Klugman, Thomas Rhodes, Marianne Purushotham, Stacy Gill, MIB Solutions. *Credibility Theory Practices*, Society of Actuaries, 2009 i Stuart Klugman, Sample size selection for multiple samples-A brief introduction to credibility theory and an example featuring rate-based insurance premiums, Drake University, for presentation at NYU-March 4, 2004.

Model je smišljen tako da osigura da se greška vezana za iskustvu društva svede na prihvatljiv nivo, gde prihvatljivost nivoa greške procenjuje aktuar, što znači da je to predmet subjektivne procene.⁹

U ovom modelu, za $Z=1$ imamo pun kredibilitet ako je $Pr(|\hat{m} - m| \leq rm) \geq p$, što predstavlja relativnu grešku, gde je \hat{m} procena na osnovu predmetnog iskustva, a m je stvarna nepoznata vrednost.

Izbor nivoa pouzdanosti (p) i marginalna greška (r) podložan je proceni, što je i jedan od glavnih nedostataka metode. Takođe, za utvrđivanje veličine skupa podataka potrebnih za potpun kredibilitet potrebna je subjektivna procena. Nivo poverenja od 90% i 5% greške ($p = 90\%$ i $r = 5\%$) često se navode kao minimalan nivo potreban za pun kredibilitet, ali s obzirom na to da ne postoji teorijska osnova za odabir ovih parametara, druge pretpostavke mogu biti jednako validne. Tako se u Kanadi preporučuje korišćenje marginalne greške od 3% sa nivoom pouzdanosti od 90% za potrebe postavljanja pretpostavki za smrtnost, a potpun kredibilitet postiže se za 3.007 smrtnih slučajeva. S druge strane, predloženi propisi o smrtnosti u SAD definišu potpun kredibilitet pri 1.082 smrtna slučaja, uz korišćenje marginalne greške od 5% sa nivoom pouzdanosti od 90%.¹⁰

Neka je n broj posmatranih živih lica starosti (x), d broj umrlih lica, a q stvarna verovatnoća smrtnosti.

Potpun kredibilitet se postiže pri

$$Pr\left(\left|\frac{d}{n} - q\right| \leq 0,05q\right) \geq 0,9.$$

Za dovoljno veliko n , koristeći Moivre-Laplaceovu teoremu, binomna raspodela sa parametrima n i q odnosno $B(n, q)$, može se aproksimirati normalnom raspodelom, sa parametrima $\mu = nq$ i $\sigma^2 = nq(1 - q)$, odnosno $N(nq, nq(1 - q))$.

$$Pr(0,95nq \leq d \leq 1,05nq) \approx Pr\left(\frac{0,95nq}{\sqrt{nq(1-q)}} \leq z \leq \frac{1,05nq - nq}{\sqrt{nq(1-q)}}\right) \geq 0,9.$$

Formula se dalje može pojednostaviti koristeći $1 - q \rightarrow 1$

$$Pr(-0,05\sqrt{nq} \leq z \leq 0,05\sqrt{nq}) \geq 0,9.$$

Za standardnu slučajnu promenljivu je $Pr(-1,645 \leq z \leq 1,645) = 0,9$, pa je uslov zadovoljen kada je $0,05\sqrt{nq} \geq 1,645$ ili $nq \geq 1.082$. Odatle zaključujemo da očekivani broj umrlih lica mora biti najmanje 1.082 da bi bio ispunjen uslov za potpun kredibilitet.

⁹ Za više informacija u vezi sa subjektivnosti u aktuarskim procenama pogledati Marija Paunović, *Mere neodređenosti i primena u aktuarstvu*, doktorska disertacija, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, 2019.

¹⁰ Irina Pogrebivsky, *Credibility Educational Resource for Pension Actuaries, Application of Credibility Theory to Mortality Assumption*, Society of Actuaries (SOA), 2017.

Uopštavanjem prethodnog za bilo koje vrednosti p i r zaključuje se da se pun kredibilitet postiže kada je posmatrani broj umrlih lica veći ili jednak $(z_{(1+p)/2} / r)^2$.

U slučaju da nije ispunjen potpun kredibilitet, određeni deo kredibiliteta dodeljuje se relevantnim podacima.

$$\sigma^2(\hat{E}) = \sigma^2(\hat{m}) = \sigma^2\left(\frac{d}{n}\right) = \frac{q(1-q)}{n^{cr}} \approx \frac{q}{n^{cr}}$$

$$\sigma^2(\hat{E}) = \sigma^2(\hat{m}) = \sigma^2(Z \cdot \hat{m} + (1-Z) \cdot \hat{\alpha}) = Z^2 \sigma^2\left(\frac{d}{n}\right) \approx \frac{Z^2 q}{n^a}$$

$$\sigma^2(\hat{E}) = \sigma^2(\hat{m}) = \sigma^2(Z \cdot \hat{m} + (1-Z) \cdot \hat{\alpha}) = \sigma^2(Z \cdot \hat{m}) + \sigma^2((1-Z) \cdot \hat{\alpha})$$

$$= Z^2 \sigma^2(\hat{m}) + (1-Z)^2 \sigma^2(\hat{\alpha}) = Z^2 \sigma^2\left(\frac{d}{n}\right) \approx \frac{Z^2 q}{n^a}$$

gde je n^a broj stvarno umrlih lica i n^{cr} broj potreban za potpuni kredibilitet. Izjednačavanjem tih dveju formula za varijansu dobijamo

$$Z = \left(\sqrt{\frac{n^a}{n^{cr}}}, 1 \right).$$

To znači da je faktor kredibiliteta kvadratni koren odnosa posmatrane (stvarne) stope smrtnosti (očekivane stope smrtnosti nisu dostupne) i broja smrtnih slučajeva potrebnih za potpuni kredibilitet.

2. Prilagođavanje standardnih tablica mortaliteta

Tablice mortaliteta su osnovni demografski alat za analiziranje smrtnosti stanovništva i predstavljaju tabelaran prikaz smrtnosti po starosti i polu. Tablice mortaliteta formirane na osnovu posmatranja koje uključuje celu populaciju jedne nacije obično se nazivaju populacione ili standardne tablice mortaliteta. Tablice formirane na osnovu podataka o smrtnosti koji potiču iz kolekcije portfelja osiguranja ili određenih penzijskih planova nazivaju se tržišnim tablicama mortaliteta.

Procedura kredibiliteta koristi se za modifikaciju standardne tablice mortaliteta stanovništva kako bi odražavala iskustvo podgrupe za koju se može utvrditi pogodnija procena smrtnosti uključivanjem iskustvenih podataka te podgrupe. Pri vrednovanju penzijskog plana, cilj je da se uključe iskustveni podaci učesnika obuhvaćenih planom koji se vrednuje. Poslodavac može imati zaključene ugovore sa više penzijskih planova, ali i jedan plan može obuhvatiti više podgrupa zaposlenih. U takvim slučajevima koristi se aktuarska procena prilikom odlučivanja o tome da li su za različite podgrupe potrebne različite tablice mortaliteta, odnosno izrada tablica mortaliteta za određeni plan zasnovanih na specifičnim iskustvenim podacima za svaku podgrupu koja je obuhvaćena planom. Period koji aktuar analizira obično je od 3 do 5 godina. Analiza obuhvata zaposlene, odnosno

korisnike starije od 50 godina,¹¹ ili se posmatra minimalni uslov za odlazak u penziju (starosna penzija ili stažni uslov).

Da bi se sačinila tablica mortaliteta, potrebno je da se za svaku klasu starosti izračuna verovatnoća smrtnosti q_x . Analiza treba da obuhvati dovoljno velik broj umrlih lica, kao što je naglašeno u prethodnom poglavlju – 1.082 umrla lica u svakoj starosnoj klasi, da bi se postigao pun kredibilitet (pod pretpostavkom da je $r = 5\%$ i $p = 90\%$). Na primer, ako je $q_{72} = 0,031$, potrebno je $1,082 / 0,031 = 34.903$ živih lica starosti 72 godine da bi se postigao pun kredibilitet za stopu smrtnosti u toj životnoj dobi, što je velika količina podataka. Pored toga, dobijene vrednosti q_x moraju se zatim izravnati, što iziskuje dodatne analize i aproksimacije. Zbog toga je u većini slučajeva prihvatljivije da se standardne tablice mortaliteta prilagode konkretnoj podgrupi osiguranika.

Prvi korak u prilagođavanju stopa smrtnosti jeste pronaći ponder $\hat{\xi}$ koji predstavlja racio stvarnog broja umrlih lica i očekivanog broja umrlih lica za sve starosne dobi. Racio se primenjuje na sve osiguranike starosti x , pa se određuje kao agregirana vrednost kroz sve starosne dobi,

$$\hat{\xi} = \frac{\sum_x d_x}{\sum_x q_x^{st}},$$

gde se smrtnost q_x^{st} dobija iz standardnih tablica mortaliteta.

Potpun kredibilitet postiže se kada je racio $\hat{\xi}$ unutar marginalne greške (r) stvarnog racija ξ , sa verovatnoćom najmanje p :

$$\Pr\left(\left|\hat{\xi} - \xi\right| \leq r\xi\right) \geq p.$$

Standardna formula kredibiliteta postaje

$$q_x^{est} = Z \cdot \left(\hat{\xi} \cdot q_x^{st}\right) + (1 - Z) \cdot q_x^{st} = \left(Z \cdot \hat{\xi} - Z + 1\right) \cdot q_x^{st},$$

gde je q_x^{est} procenjena stopa smrtnosti plana.

III Numerički primer

Pretpostavimo da za ženske članove nekog penzijskog plana podaci u poslednje tri godine pokazuju da je bilo 1.230 umrlih lica (Tabela 1), Potrebno je da aktuar prilagodi stope smrtnosti standardnih Tablica mortaliteta za žensko stanovništvo Srbije (Tablice mortaliteta RZS 2010-2012) i napravi nove tablice mortaliteta prilagođene konkretnom planu, pod pretpostavkom da je interval poverenja 95% uz marginalnu grešku od 5%.

Prema tablicama za Normalnu raspodelu $N(0,1)$ za $p = 0,95$ vrednost $z_{\alpha} = 1,96$, dok se za marginalnu grešku od 5% potpun kredibilitet postiže za $(1,96 / 0,05)^2 = 1.537$ umrlih lica. Kako je broj stvarno umrlih lica 1.230, broj nije

¹¹ Preporuka IRS-e.

M. Paunović, V. Gajović: Prilagođavanje tablica mortaliteta korišćenjem metode ograničene fluktuacije

dovoljan za potpun kredibilitet, pa se faktor kredibiliteta izračunava kao kvadratni koren količnika broja stvarno umrlih lica i broja potrebnog za potpun kredibilitet

$$Z = \sqrt{\frac{1.230}{1.537}} = 0,895.$$

Očekivani broj umrlih lica je 2.097 (kolona 6). Dalje se računa ponder $\hat{\xi}$ koji predstavlja racio stvarnog broja umrlih lica i očekivanog broja umrlih lica za sve starosne dobi $\hat{\xi} = 1.230 / 2.097 = 0,59$, pa je

$$\text{Ponder} = 0,895 \cdot 0,59 + (1 - 0,895) \cdot 1 = 0,63 \text{ (kolona 8).}$$

Obračun pokazuje da svaku stopa smrtnosti q_x^{st} iz standardne tablice mortaliteta treba korigovati ponderom 0,63 kako bi se dobila procenjena stopa smrtnosti q_x^{est} za plan.

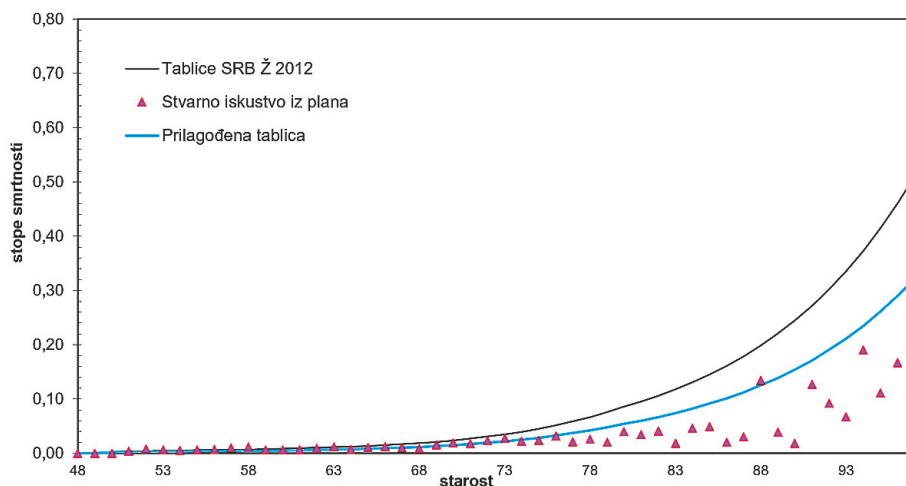
Tabela 1. Formiranje prilagođene tablice mortaliteta

x	lx	d _x	q_x^{st}	q_x^{exp}	Očekivani br. umrlih	Prilagođena stopa q_x^{est}	Ponder	Racio
1	2	3	4	5=2/4	6=2*5	7	8=7*2/6	9=3/6
50	503		0,003455	-	1,739287	0,002177	0,630	-
51	891	3	0,003738	0,003922	3,332705	0,002355	0,630	1,049
52	1.484	12	0,004224	0,008245	6,268780	0,002661	0,630	1,952
53	2.192	14	0,004653	0,006380	10,198316	0,002931	0,630	1,371
54	2.459	12	0,005171	0,004975	12,718530	0,003258	0,630	0,962
55	2.858	19	0,005730	0,006728	16,375410	0,003610	0,630	1,174
56	3.540	24	0,006180	0,006914	21,874295	0,003893	0,630	1,119
57	3.655	37	0,006681	0,010043	24,418500	0,004209	0,630	1,503
58	3.493	42	0,007267	0,012012	25,380635	0,004578	0,630	1,653
⋮								
93	26	2	0,335770	0,066667	8,803892	0,211535	0,630	0,199
94	5	1	0,372676	0,190694	1,954310	0,234786	0,630	0,512
95	16	2	0,413793	0,111111	6,509793	0,260690	0,630	0,269
96	10	2	0,460268	0,166667	4,827294	0,289969	0,630	0,362
97	10	3	0,510516	0,333333	5,354294	0,321625	0,630	0,653
Ukupno	1.358	1.230			2.097			

Grafički prikaz tablica mortaliteta, to jest stopa smrtnosti, korisno je uraditi pre i nakon prilagođavanja tablica. Jedan od načina da se proceni je li prilagođavanje prikladno jeste upoređivanje stvarnih stopa smrtnosti s odgovarajućom standardnom tablicom mortaliteta, prikazano na grafikonu 1. Primećuje se da je korekcijom stopa za izračunatu vrednost 0,63 zadržan sličan oblik krive dobijen

iz standardne tablice mortaliteta. Takođe se primećuje da su nakon sedamdesete godine života veća odstupanja stvarnih stopa posmatranog plana u odnosu na stope iz standardnih tablica mortaliteta, pa je opravdano primeniti prikazani metod u ovom primeru.

Slika 1. Uperedni prikaz tablica mortaliteta



IV Zaključak

Teorija kredibiliteta danas se intenzivno koristi kod životnih i neživotnih osiguranja. Osnovni cilj primene teorije kredibiliteta jeste minimizacija grešaka između statističke ocene različitih parametara i njihove stvarne vrednosti. Teorija kredibiliteta omogućuje primenu različitih metoda i modela prilikom procene vrednosti određenih elemenata podskupa posmatrane populacije, kombinovanjem izlaznih rezultata za takav poseban podskup, s rezultatima dobijenim za populaciju u celini. U savremenoj aktuarskoj praksi životnih osiguranja kredibilitet služi kao alat za prilagođavanje standardnih tablica mortaliteta konkretnim penzijskim planovima, odnosno populaciji obuhvaćenoj tim planovima. Pri vrednovanju penzijskog plana, cilj je da se uključe iskustveni podaci učesnika obuhvaćenih planom koji se vrednuje, što teorija kredibiliteta omogućuje. Različiti modeli teorije kredibiliteta koriste se za modifikaciju standardne tablice mortaliteta stanovništva u cilju primene kvantitativnih iskustava vezanih za podgrupe stanovništva, što doprinosi povećanju pouzdanosti ocene parametara. U uslovima velike konkurencije na tržištu osiguranja, dobro poznavanje teorije kredibiliteta kao važnog alata u proceni rizika u osiguranju je od izuzetne važnosti.

Literatura

- Actuarial Standard of Practice No. 25. *Credibility Procedures Applicable to Accident and Health, Group Term Life, and Property/Casualty Coverage.*
- American Academy of Actuaries, *Credibility Practice Note*, 2008.
- Gavin Benjamin, "Selecting Mortality Tables: A Credibility Approach", Research paper, Society of Actuaries, 2008.
- Irina Pogrebivsky, Credibility Educational Resource for Pension Actuaries, *Application of Credibility Theory to Mortality Assumption*, Society of Actuaries (SOA), 2017.
- Marija Kerkez, Nebojša M. Ralević, „Uncertainty analysis and risk modeling in insurance“, *Insurance in the post-crisis era*, (Kočović, J. Baskakov. V. Boričić, B. et al. eds) University of Belgrade, Faculty of Economics Publishing Centre, 2018, Chapter 18, 309-326.
- Marija Paunović, *Mere neodređenosti i primena u aktuarstvu*, doktorska disertacija, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, 2019.
- Stuart Klugman, Sample size selection for multiple samples-A brief introduction to credibility theory and an example featuring rate-based insurance premiums, Drake University, for presentation at NYU-March 4, 2004.
- Stuart Klugman, Thomas Rhodes, Marianne Purushotham, Stacy Gill, MIB Solutions. *Credibility Theory Practices*, Society of Actuaries, 2009.