

UDK 368.1:004:8(497.6)
10.5937/TokOsig2601007M

Prof. dr Mirela Mitrašević¹

AKTUARSKI ASPEKTI PRIMENE VEŠTAČKE INTELIGENCIJE U ODREĐIVANJU CENA NEŽIVOTNOG OSIGURANJA U REPUBLICI SRPSKOJ

ORIGINALNI NAUČNI RAD

Apstrakt

U ovom radu akcenat je na pretpostavkama koje je neophodno da zadovolje modeli koji koriste veštačku inteligenciju u svrhu određivanja cena neživotnog osiguranja u Republici Srpskoj. Prilikom primene Generalizovanih linearnih modela, koji su najzastupljeniji u savremenoj praksi određivanja cena neživotnog osiguranja, aktuari su svesni rizika da će usled neadekvatnog izbora promenljivih i njihove međusobne veze model pokazati lošije performanse. Navedeni nedostatak bio je jedan od razloga zbog koga su stručnjaci iz ove oblasti počeli da razvijaju modele koji kombinuju neuronske mreže i Generalizovane linearne modele za određivanje cena osiguranja, a u radu smo analizirali dva hibridna modela: *Combined Actuarial Neural Network* i *LocalGLMnet*. Sumirajući rezultate prikazane u izabranoj literaturi dolazimo do zaključka da navedeni modeli mogu da daju bolje rezultate u poređenju sa Generalizovanim linearnim modelima, ali budući da postupci određivanja cena osiguranja nisu u potpunosti transparentni, neophodna su dalja istraživanja koja će doprineti razvoju modela usklađenih sa propisima i standardima aktuarske prakse.

Ključne reči: Generalizovani linearni modeli, neuronske mreže, *Combined Actuarial Neural Network*, *LocalGLMnet*, standardi aktuarske prakse.

¹ Redovni profesor, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Fakultet poslovne ekonomije Bijeljina, Republika Srpska. E-mail: mirela.mitrasevic@fpe.ues.rs.ba ORCID: 0000-0001-5393-4139.

Rad primljen: 11. 10. 2025.

Rad prihvaćen: 27.12.2025.

I Uvod

Određivanje cena neživotnog osiguranja, koga karakterišu stohastički tokovi isplata odštetnih zahteva tokom vremena, je veoma složen posao aktuara. U tu svrhu aktuari vrše projekciju odštetnih zahteva za određeni vremenski period oslanjajući se na adekvatne statističke podatke, uz pomoć složenih matematičkih modela.

U ovom radu cilj nam je bio da istražimo koje pretpostavke je neophodno ispuniti kako bi se veštačka inteligencija mogla koristiti na tržištu osiguranja Republike Srpske u svrhu određivanja cena u skladu sa propisima koji regulišu ovu oblast. Neophodno je istaći da dok sa jedne strane primena algoritama veštačke inteligencije za analizu podataka povećava postojeće rizike i dovodi do pojave novih rizika vezanih za korišćenje novih podataka i modela, ona takođe može pomoći u smanjenju rizika tamo gde njena upotreba služi za pojednostavljivanje procesa koji imaju veliku verovatnoću da prouzrokuju grešku. Uočavajući potencijalne probleme u primeni veštačke inteligencije u osiguranju Institut i Fakultet aktuara (engl. *The Institute and Faculty of Actuaries*) u 2023. godini je objavio dokument pod nazivom „Upozorenje o riziku”.² U ovom dokumentu se upozoravaju aktuari da budu svesni dodatnih potencijalnih rizika usled povećane upotrebe veštačke inteligencije. Aktuari koji primenjuju veštačku inteligenciju mogu biti izloženi značajnoj neizvesnosti u pogledu toga kako se ove nove tehnike mogu primeniti u praksi, ali i rizicima od neodgovarajuće primene i neželjenih posledica. Kako bi se ovi rizici sveli na najmanju moguću meru od aktuara se traži da poseduje najnovija znanja o aktuarskim tehnikama i praksama, a svi zadaci koje obavljaju treba da se baziraju na primeni kodeksa profesionalnog ponašanja aktuara.

U drugom delu rada govorićemo o trenutnom stanju vezanom za aktuarsku profesiju u Republici Srpskoj te o izazovima vezanim za nova znanja u oblasti veštačke inteligencije, kako bi se sagledale prednosti i potencijalni rizici usled njene primene. Razmatranje obima delatnosti ovlašćenog aktuara i trenutnih propisa koji je regulišu je veoma bitno sa aspekta mogućnosti primene modela zasnovanih na veštačkoj inteligenciji u aktuarskoj praksi. Iz tog razloga u trećem delu rada analiziraćemo propise koji regulišu poslovanje aktuara u oblasti utvrđivanja cena osiguranja na teritoriji Republike Srpske. Zatim ćemo u četvrtom delu rada dati jedan selektivan pregled skorašnjih dostignuća u metodologiji primene neuronskih mreža za određivanje cena osiguranja, pokazujući u kojoj meri su usklađena sa smernicama po pitanjima razumljivosti modela. Na kraju rada data su zaključna razmatranja.

² Institute and Faculty of Actuaries, Risk Alert: AI techniques and outputs by actuaries, 2023, dostupno na adresi: <https://notifications.actuaries.org.uk/t/7C8L-44NR-1EEBF4274018EE51GAJ5F24CB0D35BC68DDCC/cr.aspx> posećeno: 19.3.2025.

II Izazovi razvoja aktuarske profesije u Republici Srpskoj u svetlu savremenih dostignuća u oblasti veštačke inteligencije

Važećim „Zakonom o društvima za osiguranje u Republici Srpskoj”³ predviđeno je da društvo za osiguranje pored internog aktuara, kao stručnog lica zaposlenog u društvu za osiguranje za obavljanje aktuarskih poslova, angažuje i ovlašćenog aktuara. Ovlašćeni aktuar u Republici Srpskoj obavlja aktuarske poslove propisane Zakonom o društvima za osiguranje, a naročito daje mišljenje i ocenu o: aktima poslovne politike i njihovoj primeni; finansijskim izveštajima i godišnjem izveštaju o poslovanju društva; o tome da li su tehničke rezerve neživotnih i životnih osiguranja obrazovane i sredstva za njihovo pokriće investirana u skladu sa propisima Agencije za osiguranje Republike Srpske i pravilima struke; o načinu izračunavanja tarifa premija; izveštaju o sprovođenju politike saosiguranja i reosiguranja; o margini solventnosti; i o stanju sredstava tehničkih i garantnih rezervi, njihovom plasmanu i sigurnosti.

Sposobnost da obavlja prethodno nabrojane aktivnosti aktuarska nauka i praksa su sticale postepeno počevši od sredine XIX veka. Buhlmann 1997. godine piše o tri faze u razvoju aktuarske profesije⁴. Prva faza podrazumeva aktuare životnog osiguranja koji primenjuju metode koje se zasnivaju na determinističkim kalkulacijama. U toku 60-ih i 70-ih godina XX veka, počinje druga faza u kojoj je akcenat na aktuarima u neživotnom osiguranju koji za obračune koriste probabilističke metode. Rast značaja investicionih performansi u poslovanju društava za osiguranje stvara potrebu da aktuari razviju nove veštine u upravljanju sredstvima za pokriće tehničkih rezervi. Krajem 80-ih godina XX veka ovo dovodi do treće faze u razvoju aktuarske profesije u kojoj aktuari analiziraju investicione aspekte poslovanja i inkorporiraju stohastičke procese u aktuarske obračune. Vremenom aktuarska profesija se usmerava na upravljanje rizikom, ocenu finansijske stabilnosti osiguravajuće kompanije i rešavanje poslovnih i socijalnih problema. Ostvarenje rizika koji se osiguravaju ima za posledicu finansijski gubitak, pa se stoga može reći da je jedan od osnovnih zadataka aktuara upravljanje finansijskim rizicima. Zahvaljujući ovoj ulozi govorimo o četvrtoj fazi koja je rezultirala aktuarima usmerenim na upravljanje rizicima preduzeća. Demografske, tehnološke, ekološke, političke i pravne promene dovode do aktuara pete vrste (engl. *Fifth Kind*), koji na bazi podataka i modela omogućava donošenje finansijskih odluka u promenljivom poslovnom okruženju u kome vlada neizvesnost.⁵

³ Zakon o društvima za osiguranje Republike Srpske, *Službeni glasnik Republike Srpske*, br. 17/2005, 1/2006 - ispravka, 64/2006, 74/2010, 47/2017 i 58/2019.

⁴ Hans Buhlmann, "The actuary: the role and limitations of the profession since the mid-19th century" *Astin bulletin*, Vol. 27, No 2/1997, 165-171.

⁵ Paul Embrechts, Mario V. Wüthrich, "Recent challenges in actuarial science", *Annual Review of Statistics and Its Application*, Vol. 9, No 1/2022, 119-140.

Na tržištu osiguranja Republike Srpske većina aktuara je specijalizovana za obavljanje poslova neživotnog osiguranja, jer su samo dva društva za osiguranje sa sedištem u ovom entitetu registrovana za obavljanje poslova životnog osiguranja, dok svi ovlašćeni aktuari s obzirom na sadržinu njihovih mišljenja moraju da poseduju znanja iz oblasti investiranja i upravljanja rizikom. Pravilnikom o uslovima za sticanje i povlačenje zvanja ovlašćenog aktuara definisano je da se ispit za sticanje zvanja ovlašćenog aktuara priznaje polazniku postdiplomskog studija iz aktuarstva, ako je položio sve ispite prema nastavnom planu i programu toga studija⁶.

Naredni izazov pred aktuarskom profesijom u Republici Srpskoj jeste usvajanje znanja iz oblasti veštačke inteligencije. U tom kontekstu jednu od ključnih uloga može da ima Udruženje aktuara Republike Srpske koje je formirano 2008. godine sa svrhom unapređenja, razvoja i promocije aktuarske nauke i struke, njene praktične primene i stručnog usavršavanja i obrazovanja aktuara. Zaključno sa junom 2025. godine Udruženje je brojilo ukupno 23 člana.⁷ Udruženje je pridruženi član Međunarodne asocijacije aktuara (engl. *International Actuarial Association-IAA*) u čijem fokusu jeste edukacija aktuara. Kontinuirani profesionalni razvoj aktuara je od suštinskog značaja te je uobičajeno da profesionalni standardi pored bazne definišu i kontinuiranu edukaciju, što je bila i dosadašnja praksa. Budući da kriterijumi za dobijanje licence ovlašćenog aktuara u Republici Srpskoj nisu povezani sa članstvom u određenoj profesionalnoj organizaciji niti profesionalnim iskustvom, kompetentnost aktuara, odnosno njegova spremnost da obavlja poslove, koji kao što smo prethodno naveli postaju sve kompleksniji, zavisi i od toga u kojoj meri se nastavni planovi i programi studija na pojedinim fakultetima prilagođavaju aktuelnim promenama.

Iz neformalne komunikacije sa članovima Udruženja aktuara Republike Srpske saznajemo da trenutno ovlašćeni aktuari na tržištu Republike Srpske primenu veštačke inteligencije u najvećoj meri svode na korišćenje Modela velikih jezika (engl. *Large language models -LLMs*). LLM su klasa modela veštačke inteligencije obučeni na velikim količinama tekstualnih podataka koji spadaju u klasu generativnih modela i imaju zadatak razumevanja i generisanja ljudskog jezika. Uspešno su korišćeni za razvoj četbotova, kao što su *ChatGPT* i *Google Bard*.⁸ U korišćenju ovih alata treba imati u vidu da modeli velikih jezika, u koje se ubrajaju *GitHub Copilot* i *ChatGPT*, nisu pouzdani za pomoć aktuaru u pisanju Python koda, o čemu se može više pročitati u istraživanju Balona objavljenom 2024. godine.⁹ U skladu sa profesionalnim standardima

⁶ Pravilnik o uslovima za sticanje i povlačenje zvanja ovlašćenog aktuara, *Službeni glasnik Republike Srpske*, br.57/06.

⁷ Udruženje aktuara Republike Srpske, Članovi udruženja, dostupno na adresi: <https://uars.rs.ba/clanovi-udruzenja/> posećeno: 3.6.2025.

⁸ Samuel R. Bowman, Eight Things to Know about Large Language Models, 2023, dostupno na adresi: <https://arxiv.org/abs/2304.00612> posećeno: 16.2.2025.

⁹ Balona Caesar, "ActuaryGPT: applications of large language models to insurance and actuarial work", *British Actuarial Journal*, Cambridge University Press, 2024, vol. 29, 1-1.

nosioći aktuarske funkcije u Republici Srpskoj treba da razmotre uticaje koje upotreba Modela velikog jezika može da ima na poslovanje, te da usvoje procedure pregleda dobijenih odgovora i na bazi njih donesenih odluka.¹⁰ Pored toga, postoji zabrinutost u vezi sa validacijom ovih modela i problema takozvanih halucinacija, odnosno pojave da izlazi iz modela nisu povezani sa izvornim tekstom.¹¹

Veoma je bitno razumeti da je cilj uključivanja veštačke inteligencije u tradicionalne aktuarske zadatke poboljšanje efikasnosti modela i metoda. Veštačka inteligencija može da pojednostavi razne aktuarske procese uključujući obradu velikih količina podataka i izveštavanje, što omogućava aktuarima da se fokusiraju na aktivnosti kao što su strateško planiranje, nadzor i upravljanje rizicima.

Mnoge nove tehnologije koje se primenjuju za procenu rizika i kao podrška za smanjenje rizika osiguranika, posebno one koje se odnose na primenu veštačke inteligencije i mašinskog učenja u kreiranju, redizajniranju i određivanju cena proizvoda osiguranja, zahtevaju visok nivo tehničkih veština.¹² Kao rezultat toga ključno je da aktuari ovladaju oblašću programiranja, manipulacije velikim obimom podataka i dizajniranja i implementacije algoritama veštačke inteligencije, kako bi ostali ključni akteri u procesu upravljanja rizicima i pripremi neophodnih analiza i zaključaka za donošenje odluka.

III Propisi koji regulišu određivanje cena društava za osiguranje sa sedištem u Republici Srpskoj

Odlukom o sadržaju mišljenja ovlašćenog aktuara (član 2.) definisano je da ovlašćeni aktuar daje mišljenje na akte poslovne politike, u koje se ubrajaju između ostalog odluka o tehničkim osnovama osiguranja; opšti i posebni uslovi osiguranja i tarife premija.¹³ Društvo je dužno u roku od petnaest dana od dana usvajanja izmena i dopuna akata poslovne politike dostaviti ih Agenciji za osiguranje Republike Srpske zajedno sa mišljenjem ovlašćenog aktuara. Za razliku od ovog pristupa Društva za osiguranje iz Republike Srpske, koja imaju dozvolu za poslovanje na teritoriji Federacije Bosne i Hercegovine putem filijala, su prema odredbama člana 10. i 11.

¹⁰ Mirela Mitrašević, Nataša Tešić, Kristina Bradić, "Challenges in applying machine learning for predictive modelling", *Innovations in insurance - from traditional to modern market*, (editori: Jelena Kočović, Marija Koprivica, Zorica Mladenović, Radmila Dragutinović Mitrović, Biljana Jovanović Gavrilović), Beograd, 2025, 367-384.

¹¹ Weijia Xu et al., "Understanding and Detecting Hallucinations in Neural Machine Translation via Model Introspection", *Transactions of the Association for Computational Linguistics*, 2023, vol. 11, 546-564.

¹² OECD, "Leveraging Technology in Insurance to Enhance Risk Assessment and Policyholder Risk Reduction", *OECD Business and Finance Policy Papers*, 2023, dostupno na adresi: https://www.oecd.org/en/publications/leveraging-technology-in-insurance-to-enhance-risk-assessment-and-policyholder-risk-reduction_2f5c18ac-en.html posećeno: 19.2.2025.

¹³ Odluka o sadržaju mišljenja ovlašćenog aktuara, *Službeni glasnik Republike Srpske*, br. 15/07.

Zakona o osiguranju obavezna da podnesu zahtev za prethodnu saglasnost Agenciji za nadzor Federacije Bosne i Hercegovine o uslovima osiguranja koje će društvo za osiguranje koristiti u svom poslovanju sa osiguranicima na teritoriji Federacije Bosne i Hercegovine, kao i u slučaju nastajanja bilo kakvih izmena i dopuna.¹⁴ Društvo za osiguranje dostavlja Agenciji za nadzor tarife premija koje će koristiti u svom poslovanju sa osiguranicima, kao i bilo kakve izmene i dopune, najmanje 30 dana pre početka njihove primene. Prema "Uputstvu o sadržaju i dostavi mišljenja ovlašćenog aktuara"¹⁵ ovlašćeni aktuar daje mišljenje o tome da li su tarife premija osiguranja, u skladu sa Zakonom, pravilima aktuarske struke i struke osiguranja, daje informaciju o statističkim podacima na temelju kojih su izračunate premijske stope i podacima o tehničkim osnovama i korišćenim metodama. Odredbe ove tačke primenjuju se i na izmene i dopune tarifa, s tim da je ovlašćeni aktuar u obavezi da dostavi i mišljenje o ostvarenom tehničkom rezultatu za poslednje tri godine u kojima se primenjuju tarife koje se menjaju ili dopunjuju. Pri davanju mišljenja ovlašćeni aktuar je u obavezi da argumentuje da je mišljenje podržano analizama koje pokazuju da su stope premija racionalne, adekvatne i nediskriminatorne. Agencija za nadzor može naložiti korekcije tarifa premija kako bi se obezbedilo usklađivanje sa uslovima osiguranja u roku 30 dana od dana prijema. Prema članu 118. istoga zakona imenovani ovlašćeni aktuar u obavezi je da obezbedi da tarife premija osiguranja budu u skladu sa aktuarskom strukom i važećim propisima te da budu oblikovane tako da omogućuju trajno ispunjavanje svih obaveza iz ugovora o osiguranju. Veoma značajno sa aspekta teme koju obrađujemo je da je članom 141. Zakona o osiguranju u sklopu obaveze za redovnim izveštavanjem društvo za osiguranje dužno obavestavati Agenciju za nadzor o tehničkoj podlozi koju upotrebljava pri izračunavanju tarifa premija.

Agencija za osiguranje Republike Srpske ne daje prethodnu saglasnost za uvođenje proizvoda osiguranja, ali u skladu sa članom 13. Zakona o društvima za osiguranje ona može za određeni vremenski period ograničiti obim delatnosti osiguranja koju neko društvo obavlja, ako je to neophodno da bi se zaštitila finansijska sposobnost društva. Zakonom o osiguranju (član 54.) definisano je da ako Agencija za osiguranje Republike Srpske utvrdi da društvo za osiguranje krši pravila upravljanja rizikom i zaštite osiguranika može da naloži društvu da obustavi primenu ili da izmeni uslove i tarife osiguranja, i preduzme druge mere neophodne za poboljšanje postupaka upravljanja rizicima. Agencija za osiguranje Republike Srpske može, naložiti povećanje, odnosno smanjenje visine premija određene vrste osiguranja, ukoliko te premije po mišljenju Agencije za osiguranje Republike Srpske nisu odgovarajuće. U postupku kontrole tarifa i njene primene Agencija za osiguranje Republike Srpske može da zahteva izmene odredbi vezane za popuste ukoliko se ustanovi da su u obračun uvedeni subjektivni elementi tarifa koji nisu vezani za stvarne i odredive

¹⁴ Zakon o osiguranju, *Službene novine Federacije BiH*, br. 23/17 i 103/21.

¹⁵ Uputstva o sadržaju i dostavi mišljenja ovlašćenog aktuara, *Službene novine Federacije BiH*, br. 106/18.

karakteristike rizika koji je predmet osiguranja, te čije efekte nije moguće kvantifikovati i kontrolisati u skladu sa opšteprihvaćenim aktuarskim metodama. Ovaj stav postaje posebno bitan ako se uzme u obzir praksa određivanja cena, koja nije zasnovana na profilu rizika osiguranja i troškovima usluga, poznata pod nazivom „diferenciranje cena“. Savremene tendencije vezane sa primenom veštačke inteligencije i većom dostupnošću podataka omogućavaju sve veće prilagođavanje premija ponašanju i karakteristikama osiguranika, čak i ako nisu povezane sa rizicima osiguranja. Evropska uprava za osiguranje i profesionalne penzije (engl. *European Insurance and Occupational Pensions Authority –EIOPA*) je informacije vezane za prakse diferenciranog određivanja cena objavila u nizu radnih dokumenata. U izveštaju objavljenom 2023. godine na sajtu Evropske uprave za osiguranje i profesionalne penzije se navodi da je tokom proteklih godina u evropskom sektoru neživotnog osiguranja sve veća konkurencija, ne samo u pogledu usluga i obima pokrića koje se nudi, već i po pitanju cene, što dovodi do pojave diferenciranog određivanja cena. Ova sve učestalija praksa pokrenula je nadzorne i regulatorne aktivnosti i studije u brojnim državama: Velikoj Britaniji i članicama Evropske unije: Nemačkoj, Irskoj, Italiji, Holandiji i Švedskoj.¹⁶ U izveštaju Nacionalnog udruženja poverenika za osiguranje (engl. *National Association of Insurance Commissioners –NAIC*), američke organizacije koja postavlja standarde i obezbeđuje regulatornu podršku, se navodi da je istraživanje Earnix-a iz 2013. godine sprovedeno na 73 velika društva za osiguranje pokazalo da je oko 45% koristilo neki oblik optimizacije cena, a 29% od posmatranih društava je izvestilo da planiraju da to urade u budućnosti. Međutim, u izveštaju NAIC 2015. godine se navodi da su u veoma malom broju slučajeva identifikovali upotrebu optimizacije cena na bazi dostavljenih tarifa premija, potencijalno iz razloga što optimizacija cena nije definisana u dokumentaciji dostavljenoj regulatorima,¹⁷ a navedena praksa je takođe otkrivena u sklopu redovnih i vanrednih kontrola od strane Agencije za osiguranje Republike Srpske i na tržištu osiguranja Republike Srpske.

Na bazi napred navedenog možemo da zaključimo da prema važećim propisima društva za osiguranje treba da obezbede odgovarajuću evidenciju o procesima upravljanja podacima i metodologijama modeliranja kako bi se omogućila njihova transparentnost i mogućnost nadzora.

Nepostojanje propisa i principa upravljanja veštačkom inteligencijom trenutno u određenoj meri kompenzuju propisi iz domena upravljanja rizicima, određivanja premije osiguranja, tehničkih rezervi i adekvatnosti kapitala. Međutim,

¹⁶ EIOPA, Supervisory statement on differential pricing practices in non-life insurance lines of business, 2023, dostupno na adresi: https://www.eiopa.europa.eu/document/download/1e9a8fb2-e688-4bf5-a347-ee-0a1ec3aab3_en?filename=EIOPA-BoS-23-076-Supervisory-Statement-on-differential-pricing-practices_0.pdf posećeno: 20.3.2025.

¹⁷ National Association of Insurance Commissioners, Casualty Actuarial and Statistical Task Force, Price Optimization White Paper, November 2015, pp. 1-16. dostupno na adresi: https://content.naic.org/sites/default/files/inline-files/committees_c_catf_related_price_optimization_white_paper.pdf posećeno: 20.3.2025.

uviđajući potencijal veštačke inteligencije u poboljšanju efikasnosti aktuara u Republici Srpskoj, ali i rizike povezane sa njenom primenom (o kojima pišu Preez i saradnici¹⁸), regulisanje ove oblasti bi trebalo da bude jedan od prioriteta ciljeva na tržištu Republike Srpske. Akt o veštačkoj inteligenciji (engl. *Artificial Intelligence Act*), koji uspostavlja skup zahteva kojih će se morati pridržavati provajderi i korisnici visokorizičnih sistema veštačke inteligencije na području Evropske unije¹⁹, kao i šest principa upravljanja veštačkom inteligencijom (proporcionalnosti, pravičnosti i nediskriminacije, transparentnosti i objašnjivosti, ljudskog nadzora, upravljanja podacima i vođenja evidencije, te robustnosti i performansi), koje je objavila Evropska uprava za osiguranje i profesionalne penzije (EIOPA) u 2021. godini²⁰, ali i dosadašnja iskustva u vezi sa njihovom primenom mogu biti jedna od polaznih osnova za regulisanje ove oblasti u Republici Srpskoj.

IV Primena veštačke inteligencije u određivanju cena neživotnog osiguranja

Ugovor o osiguranju je specifičan po tome što se premija ili cena osiguranja naplaćuje unapred, a osiguravač se obavezuje da će isplatiti buduće odštetne zahteve koji nastanu u vreme trajanja ugovora o osiguranju. Proces formiranja cena uključuje brojne komponente od kojih svaka može imati ključnu ulogu za obezbeđenje profitabilnosti i solventnosti kompanije. Premija osiguranja treba da obezbedi pokriće rizika koji osiguravač preuzima po osnovu polise osiguranja, odnosno troškova odštetnih zahteva čijom projekcijom se utvrđuje neto premija osiguranja; režijskih troškova (administrativnih i troškova pribave) i željenog profita. Iako se prilikom obračuna tarifa uključuje i dodatak za profit, u praksi profit će biti ostvaren samo ako planirane premije premaše iznos ukupnih troškova.²¹ Od izuzetnog je značaja da aktuar na bazi dostupnih informacija pravilno proceni veličinu odštetnih zahteva i na bazi njih iznos neto premije osiguranja. U savremenoj aktuarskoj praksi određivanja cena (premija) neživotnog osiguranja najzastupljeniji su Generalizovani linearni modeli, čije se teorijske osnove pronalaze u radovima Neldera i Wedderburna²²,

¹⁸ Valerie du Preez et al., "From Bias to Black Boxes: Understanding and Managing the Risks of AI – an Actuarial Perspective", *British Actuarial Journal*, 29, 2024.

¹⁹ European Parliament, Artificial Intelligence Act: MEPs adopt landmark law, 2024. dostupno na adresi: <https://www.europarl.europa.eu/news/en/press-room/20240308IPR19015/artificial-intelligence-act-meps-adopt-landmark-law> posećeno: 29.3.2025.

²⁰ EIOPA, Artificial intelligence governance principles: towards ethical and trustworthy artificial intelligence in the European insurance sector, 2021, dostupno na adresi: <https://www.eiopa.europa.eu/system/files/2021-06/eiopa-ai-governance-principles-june-2021.pdf> posećeno: 20.3.2025.

²¹ Mirela Mitrašević, "Aktuarska i finansijska analiza adekvatnosti kapitala kompanija za neživotna osiguranja" (doktorska teza), *Ekonomski fakultet u Beogradu*, 2010.

²² John Ashworth Nelder, Robert William MacLagan Wedderburn, "Generalized linear models", *Journal of the Royal Statistical Society*, 1972, 135, 370-384

te McCullagha i Neldera²³. U radu dostupnom na sajtu Instituta i fakulteta aktuara (engl. *Institute and Faculty of Actuaries*) se ističe da su generalizovani linearni modeli u nastavni proces po prvi put uvedeni u toku 1980. godine na *Cass Business School*, kako se do septembra 2021. godine zvanično zvala *Bayes Business School*, koja je članica *City, University of London* i sa kojom Institut i fakultet aktuara ima sporazum o priznavanju određenih ispita.²⁴

U nastavni plan i program Aktuarskog društva za osiguranje od posledica nesrećnog slučaja (engl. *Casualty Actuarial Society-CAS*) iz 1990. godine je u spisak literature uvršten rad čiji je autor Brown, a koji se bavio primenom Generalizovanih linearnih modela u svrhe određivanja cene osiguranja²⁵. Kuo i Lupton²⁶ ističu da su ovi modeli spominjani samo usputno sve do 2006. godine, kada je u spisak literature u nastavnom planu i programu CAS uveden priručnik "*A Practitioner's Guide to Generalized Linear Models*" čiji su autori Anderson i saradnici²⁷.

Ovlašćenim aktuarima na tržištu Republike Srpske Generalizovani linearni modeli su zvanično predstavljeni u sklopu kontinuirane edukacije aktuara u 2015. i 2016. godini u organizaciji Udruženja aktuara Republike Srpske²⁸.

Interesantno je navesti da su metode mašinskog učenja i generalizovani linearni modeli paralelno razvijani tokom sredine XX veka. Jedan od ključnih razloga popularnosti Generalizovanih linearnih modela može se potražiti u činjenici da se metode mašinskog učenja često smatraju potpuno „crnom kutijom“, te u oblasti određivanja cena, koja je definisana brojnim propisima i zahteva određenu količinu transparentnosti u modelima, nisu mogle da nađu širu primenu. Pored toga, limitirajući faktor mogu biti visoki troškovi implementacije. Aktuari bi trebalo da budu u stanju da objasne regulatorima i revizorima principe na kojima se zasnivaju tarifni modeli, a potrošači treba da budu informisani o glavnim faktorima koji utiču na veličinu premije osiguranja, kako bi im omogućili da se informišu, prilagode i usvoje odluku. Kako bi se to omogućilo, neophodan je visok nivo transparentnosti i objašnjivosti sistema, modela i podataka koji se koriste. U ovom radu ćemo najpre objasniti Generalizovane linearne modele, a zatim ćemo prikazati tri modela nastala kombinacijom Generalizovanih linearnih modela sa neuronskom mrežom.

²³ Peter McCullagh, John Ashworth Nelder, *Generalized linear models*. London, 1983.

²⁴ Steven Haberman, Arthur Edward Renshaw, "Generalized Linear Models in Actuarial Work", *Journal of the Staple Inn Actuarial Society*, 32, 1990, 171-172., dostupno na adresi: <https://www.actuaries.org.uk/system/files/documents/pdf/glm.pdf> posećeno: 20.3.2025.

²⁵ Robert L. Brown, "Minimum Bias with Generalized Linear Models", *Casualty Actuarial Society*, 1988, 187-217.

²⁶ Kevin Kuo, Daniel Lupton, "Towards Explainability of Machine Learning Models in Insurance Pricing", *Variance*, 2023, 16 (1).

²⁷ Duncan Anderson et al., "A Practitioner's Guide to Generalized Linear Models", *CAS Study Note*, 2005, 4-39.

²⁸ Udruženje aktuara Republike Srpske, Seminar na temu izrade tarifa u osiguranju, 2015, dostupno na adresi: <https://uars.rs.ba/foto-galerija-seminar-mart-2015/> i Udruženje aktuara Republike Srpske, Određivanje cijena osiguranja odgovornosti za motorna vozila, 2016, dostupno na adresi: <https://uars.rs.ba/odredjivanje-cijene-osiguranja-motorna-vozila/> posećeno: 2.6.2025.

1. Primena Generalizovanih linearnih modela za određivanje cena neživotnog osiguranja

Generalizovani linearni modeli omogućavaju modeliranje odnosa između ciljane promenljive čiji ishod želimo da predvidimo i jedne ili više objašnjavajućih promenljivih. U neživotnom osiguranju ciljna promenljiva je obično:

- učestalost šteta (broj zahteva za isplatom štete po izloženosti);
- intenzitet šteta (veličina zahteva za isplatom štete po jednom odštetnom zahtevu ili događaju);
- čista premija (veličina gubitka po izloženosti);
- racio gubitka (odnos nastalih šteta i merodavne premije).

Razlog za to je što se odštetni zahtevi modeliraju kao kombinacija učestalosti i intenziteta šteta ili direktno određivanjem čiste premije ili racija gubitka. Prilikom modeliranja intenziteta uobičajeno se koriste gama i inverzna Gausova raspodela, dok se za modeliranje učestalosti šteta najčešće koristi Poasonova raspodela ili negativna binomna raspodela. Za modeliranje čiste premije (ili koeficijenta gubitaka) na nivou polise tradicionalno se koristi Tvidijeva raspodela.²⁹

Generalizovani linearni modeli se zasnivaju na pretpostavci da imamo niz nezavisnih slučajnih promenljivih $Y_1, \dots, Y_n$ koje pripadaju eksponencijalnoj familiji raspodela čija gustina (diskretna ili neprekidna) ima oblik³⁰:

$$f_{Y_i}(y_i; \theta; \omega_i / \phi) = \exp \left\{ \frac{y_i \theta_i - b(\theta_i)}{\phi / \omega_i} + c(y_i, \omega_i / \phi) \right\} \quad (1)$$

Gde je:

- $\omega_i > 0$ - faktor izloženosti riziku (težina) $1 \leq i \leq n$;
- $\phi > 0$ - parametar disperzije ili skaliranja, koji je isti za svako i ;
- $\theta_i \in \Theta$ - kanonski parametar $1 \leq i \leq n$;
- $b: \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ - kumulativna funkcija.

Pretpostavlja se da je kumulativna funkcija $b(\theta_i)$ dvaput neprekidno diferencijabilna. Funkciji $c(\cdot, \cdot)$, koja ne zavisi od kanonskog parametra θ se ne pridaje pažnja u teoriji vezanoj za Generalizovane linearne modele.

U praksi se često bira odgovarajuća funkcija veze g tako da možemo izraziti sistematske efekte na sledeći način:

²⁹ Mark Goldburd et al., *Generalized Linear Models for Insurance Rating*, Casualty Actuarial Society, Arlington, 2020.

³⁰ Esbjörn Ohlsson, Björn Johansson, *Non-Life Insurance Pricing with Generalized Linear Models*; Springer: Berlin/Heidelberg, 2010.; Steven Haberman, Arthur E. Renshaw, "Generalized Linear Models and Actuarial Science", *Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician)*, Vol. 45, No 4/1996, 407-436.

$$x_i \mapsto g(\mu_i) = \langle \beta, x_i \rangle \quad (2)$$

gde je:

$\beta \in \mathbb{R}^{q+1}$ - regresioni parametar,

$x_i \in \{1\} \times \mathbb{R}^q$ - informacije o prediktorskim varijablama,

$\langle , \rangle$ - skalarni proizvod u Euklidskom prostoru $\mathbb{R}^{q+1}$.

Važno je napomenuti da informacije o prediktorskim varijablama kao prvu komponentu uključuju slobodan član, pa prethodna formula može biti prikazana na sledeći način³¹:

$$x_i \mapsto g(\mu_i) = \beta_0 + \langle \beta, x_i \rangle \quad (3)$$

Kanonski parametar θ_i ima sledeći oblik

$$\theta = (b')^{-1} \left(g^{-1} \left(\beta_0 + \langle \beta, x_i \rangle \right) \right) \quad (4)$$

Gde je:

$(b')^{-1}$ - kanonska veza izabrane eksponencijalne familije raspodele.

Prediktorske varijable u Generalizovanim linearnim modelima mogu biti kontinuirane i kategoričke. Kategorička promenljiva može biti numerička ili nenumerička. U praksi određivanja cena većina objašnjavajućih varijabli je kategoričkog tipa, i kao posledica toga, statistička analiza se suočava sa komplikacijama kao što je, npr. proređenost (engl. *sparsity*) osnovne matrice modela ili tzv. matrice dizajna. Neophodno je istaći da se prethodno navedeni pristup određivanja cena oslanja na informacije o osiguranicima koje su dostupne prilikom zaključivanja ugovora.

Iako Generalizovani linearni modeli imaju mnogo prednosti, istraživanje koje je 2017. godine sproveda Lovisa Styurd pokazuje da je ovaj model imao lošiju ukupnu prediktivnu tačnost u poređenju sa rezultatima dobijenim primenom neuronskih mreža³². Takođe, Generalizovani linearni model (GLM) ne može da obrađuje različite tipove podataka i ne funkcioniše u radu sa nelinearnim odnosima u podacima.

2. Razvoj modela koji kombinuju neuronske mreže i GLM-e za određivanje cena osiguranja

Modeli dubokog učenja su stekli veliku popularnost u statističkom modeliranju jer dovode do regresionih modela, čije su performanse često bolje od klasičnih modela, kao što su generalizovani linearni modeli. Embrechts i Wüthrich su posmatrali

³¹ Ronald Richman, Mario V. Wüthrich, "LocalGLMnet: interpretable deep learning for tabular data". *Scandinavian Actuarial Journal*, 2022, dostupno na adresi: <https://arxiv.org/pdf/2107.11059>, 20.3.2025.

³² Lovisa Styurd, *Risk Premium Prediction of Car Damage Insurance Using Artificial Neural Networks and Generalized Linear Models*, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2017.

neuronske mreže prosleđivanja unapred (engl. *feed-forward neural networks*) kao proširenje GLM-a, predstavljajući regresione funkcije u izrazu 2 na sledeći način:³³

$$x_i \mapsto g(\mu_i) = \beta_0 + \langle \beta, z^{(d)}(x_i) \rangle \quad (5)$$

gde je

$$\beta = (\beta_1, \dots, \beta_{q_d})^T \in \mathbb{R}^{q_d} - \text{GLM regresioni parameter}$$

$$\beta_0 \in \mathbb{R} - \text{slobodan član;}$$

$z^{(d:1)}$ - kompozicija $d \in \mathbb{N}$ ($d \geq 2$) slojeva skrivene neuronske mreže $z^{(d:1)} = z^{(d)} \circ \dots \circ z^{(1)}$.

U ovom modelu k -ti slojevi skrivene neuronske mreže $z^{(k)} : \mathbb{R}^{q_{k-1}} \rightarrow \mathbb{R}^{q_k}$ su nelinearne transformacije neobrađenih podataka o kovarijantama tako da se naučene reprezentacije $z^{(d:1)}(x) \in \mathbb{R}^{q_d}$ mogu uključiti u GLM kako je prikazano u formuli (5).

Uviđajući da model u izrazu (5) ne dovodi do poboljšanja GLM-a, autori prethodno navedenog rada ukazuju na istraživanje u kome Wüthrich i Merz polaze od jednostavnog generalizovanog linearnog modela sa regresionom funkcijom³⁴:

$$x_i \mapsto \mu^{\text{GLM}}(x) = \exp \{ \langle x, \beta \rangle \} \quad (6)$$

i funkcijom regresije neuronske mreže:

$$x_i \mapsto \mu^{\text{NN}}(x) = \exp \{ b_3 + B'_3 z^{(2)}(x) \} \quad (7)$$

sa eksponencijalnom aktivacionom funkcijom, slobodnim članom b_3 i težinama B_3 u izlaznom sloju. Prethodne funkcije: μ^{GLM} i μ^{NN} se kombinuju u CANN (*Combined Actuarial Neural Network*) regresionu funkciju na sledeći način:

$$x_i \mapsto \mu^{\text{CANN}}(x) = \exp \{ \langle x, \beta \rangle + b_3 + B'_3 z^{(2)}(x) \} \quad (8)$$

CANN pristup se može primeniti na veliki broj klasičnih parametarskih aktuarskih modela, a jedan od primera jeste modeliranje frekvencije odštetnih zahteva koji imaju Poasonovu raspodelu kako prikazuju Schelldorfer i Wüthrich³⁵

Navedeni pristup su primenili Wilson i ostali na skupovima podataka o francuskom osiguranju od odgovornosti prema trećim licima, „*freMTPL2freq*” i „*freMTPL2sev*”, uključenim u R paket *CASdatasets*. Različite metodologije mašinskog učenja, uključujući Generalizovani linearni model (engl. *Generalized linear model - GLM*), Pojačavanje

³³ Paul Embrechts, Mario V. Wüthrich, “Recent challenges in actuarial science”, *Annual Review of Statistics and Its Application*, 9 (1), 2022, 119–140.

³⁴ Mario V. Wüthrich, Michael Merz, “Yes, we CANN!”, *ASTIN Bull*, 49:1–3, 2019.

³⁵ Jürg Schelldorfer, Mario V. Wüthrich, “Nesting Classical Actuarial Models into Neural Networks”, 2019, dostupno na adresi: SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3320525> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3320525> pdf posećeno: 12.2.2025.

gradijenta (engl. *Gradient boosted machines-GBM*), Veštačke neuronske mreže (engl. *artificial neural networks - ANN*) i hibridni model koji kombinuje *GLM* i *ANN*, ispitivane su u svrhu kreiranja tehničkih modela. Rezultati su pokazali da su performanse hibridnog modela koji kombinuje *GLM* i *ANN* bile najbolje.³⁶ Međutim, u primeni *GLM*-a treba imati u vidu da zahtevaju profesionalnu obradu karakteristika kako bi se izvršio izbor promenljivih i njihove međusobne veze, te da se ukoliko se to ne uradi može desiti da *GLM* ostvaruje slabije rezultate u poređenju sa drugim metodama.³⁷ Veća fleksibilnost neuronskih mreža jedan je od razloga njihove sve veće popularnosti.³⁸

Richman i Wüthrich predstavljaju takozvani *LocalGLMnet*, kao arhitekturu neuronske mreže koja ima mnoge osobine *GLM*-a tako što omogućava izbor promenljivih, interpretaciju kalibrisanog modela dubokog učenja, a takođe dozvoljava i da parametri regresije $\beta_j = \beta_j(x)$ postanu zavisni od karakteristike x . Neuronske mreže prosleđivanja unapred dubine $d \in \mathbb{N}$ sa ulaznim i izlaznim dimenzijama jednakim $q_0 = q_d = q$ se koriste za modeliranje parametra regresije zavisnog od x :

$$\beta: \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}^q$$

$$x_i \mapsto \beta(x) = z^{(d)}(x) = (z^{(d)} \circ \dots \circ z^{(1)})(x) \quad (9)$$

LocalGLMnet je definisan na sledeći način:

$$x_i \mapsto g(\mu) = \beta_0 + \langle \beta(x), x \rangle \quad (10)$$

za strogo monotonu i glatku funkciju veze g .³⁹

Harris, Richman i Wüthrich ističu da napredak u prilagođavanju dubokog učenja za aktuarske svrhe, kao što je prikazano u prethodno opisanom pristupu *LocalGLMnet*, doprinosi transparentnosti modela. Ipak, potrebno je uspostavljanje jasnih standarda koji precizno definišu šta predstavlja prihvatljiv stepen usklađenosti sa smernicama i propisima u ovoj oblasti. Pošto je *GLM* transparentan moguće je objasniti način na koji se predviđanja formiraju, a koeficijenti dobijeni primenom *LocalGLMnet* mogu se analizirati zajedno, što dovodi do boljeg razumevanja odnosa koje je naučila neuronska mreža.⁴⁰

³⁶ Alinta Wilson et al., "A Comparison of Generalised Linear Modelling with Machine Learning Approaches for Predicting Loss Cost in Motor Insurance", *Risks*, 12: 62/2024, <https://doi.org/10.3390/risks12040062>

³⁷ Više o ovome u: Alexander Noll, Robert Salzmann, Mario V. Wüthrich, Case Study: French Motor Third-Party Liability Claims, 2020, dostupno na adresi: SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3164764> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3164764>.

³⁸ Mario V. Wüthrich, "Bias regularization in neural network models for general insurance pricing" *European Actuarial Journal*, 10 (1), 2020, 179–202.

³⁹ Mario V. Wüthrich, Michael Merz, *Statistical Foundations of Actuarial Learning and its Applications*, Springer Actuarial, 2022, dostupno na adresi: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-031-12409-9>

⁴⁰ Roseanne Harris, Ronald Richman, Mario V. Wüthrich, "Reflections on deep learning and the actuarial profession(al)", 2024, dostupno na adresi: SSRN: <https://ssrn.com/abstract=4672447> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4672447>

U primeni neuronskih mreža treba imati u vidu da one mogu dovesti do pojave pristrasnosti, odnosno pojave da ukupna predviđanja neuronskih mreža u zbiru nisu garantovano jednaka ukupnim odštetnim zahtevima u portfoliju na kojem su kalibrisane, što ih može činiti neprikladnim za primenu u određivanju cena. U skladu sa opšteprihvaćenim standardima prakse aktuari imaju zadatak da obezbede da modeli budu prikladni za njihovu namenu i lišeni značajnih pristrasnosti, a koje u slučaju primene modela mašinskog učenja mogu proisteći iz podataka na bazi kojih se vrši obuka ili iz izabranog algoritma. Razumevanje modela pruža aktuarijima osnovne alate za efikasno otklanjanje grešaka u modelima i za identifikovanje potencijalnih problema u obradi podataka ili obuci modela.

V Zaključna razmatranja

Sumirajući napred navedeno u pogledu propisa u oblasti određivanja cena u Republici Srpskoj možemo da zaključimo da oni omogućuju aktuaru polaznu osnovu za primenu veštačke inteligencije, ali da ih je neophodno dodatno prilagoditi i neprekidno ažurirati u skladu sa savremenim dostignućima. Bitno je istaći da bi aktuari trebali da nastave da razvijaju svoje veštine i profesionalne standarde kako bi smanjili rizike proistekle usled korišćenja veštačke inteligencije.

U radu smo prikazali da više od četiri decenije aktuari prilikom određivanja cena neživotnih osiguranja koriste Generalizovane linearne modele. Poslednjih godina interesovanje za primenu neuronskih mreža raste, jer su istraživanja pokazala da one obezbeđuju bolje projekcije odštetnih zahteva u osiguranju kada se uporede sa drugim modelima. Budući da modeli zasnovani na neuronskim mrežama mogu dovesti do pojave pristrasnosti i da se često smatraju potpuno „crnom kutijom“, što otežava tumačenje i implementaciju, u prethodnom periodu nisu našli široku primenu u aktuarskoj praksi. U radu su prikazani modeli pod nazivom *Combined Actuarial Neural Network* i *LocalGLMnet* u kojima su njihovi autori pokušali da prevaziđu određene nedostatke kombinujući Generalizovane linearne modele sa neuronskom mrežom. Imajući u vidu da prikazani hibridni modeli nisu u potpunosti transparentni, neophodna su dalja istraživanja u pogledu mogućnosti ispunjavanja zahteva koje modeli određivanja cena moraju da ispune u skladu sa propisima.

Literatura

- Anderson D. et al., “A Practitioner’s Guide to Generalized Linear Models”, *CAS Study Note*, 2005, 4–39.
- Buhlmann, H., “The actuary: the role and limitations of the profession since the mid-19th century”, *Astin bulletin*, Vol. 27, No 2/1997, 165-171.

- Bowman, S. R., Eight Things to Know about Large Language Models, 2023, dostupno na adresi: <https://arxiv.org/abs/2304.00612>, 16.2.2025.
- Brown, R. L., "Minimum Bias with Generalized Linear Models", *Casualty Actuarial Society*, 1988, 187–217.
- Caesar, B., "ActuaryGPT: applications of large language models to insurance and actuarial work", *British Actuarial Journal*, Cambridge University Press, 2024, vol. 29, 1-1.
- du Preez V. et al., "From Bias to Black Boxes: Understanding and Managing the Risks of AI – an Actuarial Perspective", *British Actuarial Journal*, 29, 2024.
- Embrechts, P., Wüthrich, M. V., "Recent challenges in actuarial science", *Annual Review of Statistics and Its Application*, Vol. 9, No 1/2022, 119–140.
- Haberman, S., Renshaw, A. E., "Generalized Linear Models in Actuarial Work", *Journal of the Staple Inn Actuarial Society*, 32, 1990, 171-172., dostupno na adresi: <https://www.actuaries.org.uk/system/files/documents/pdf/glm.pdf>.
- Harris, R., Richman, R., Wüthrich, M. V., "Reflections on deep learning and the actuarial profession(al)", 2024, dostupno na adresi: SSRN: <https://ssrn.com/abstract=4672447> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4672447>.
- Goldburd M., et al., *Generalized Linear Models for Insurance Rating*, Casualty Actuarial Society, Arlington, 2020.
- Kuo, K., Lupton, D., "Towards Explainability of Machine Learning Models in Insurance Pricing", *Variance*, 2023, 16 (1).
- McCullagh, P., Ashworth Nelder, J., *Generalized linear models*. London, 1983.
- Mitrašević, M., "Aktuarska i finansijska analiza adekvatnosti kapitala kompanija za neživotna osiguranja" (doktorska teza), *Ekonomski fakultet u Beogradu*, 2010.
- Mitrašević, M., Tešić, N., Bradić, K., "Challenges in applying machine learning for predictive modelling", *Innovations in insurance -from traditional to modern market*, (editori: Jelena Kočović, Marija Koprivica, Zorica Mladenović, Radmila Dragutinović Mitrović, Biljana Jovanović Gavrilović), Beograd, 2025, 367-384.
- Nelder, J. A., MacLagan Wedderburn, R. W., "Generalized linear models", *Journal of the Royal Statistical Society*, 1972, 135, 370-384
- Noll, A., Salzmann, R., Wüthrich, M., Case Study: French Motor Third-Party Liability Claims, 2020, dostupno na adresi: SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3164764> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3164764>.
- Ohlsson, E., Johansson, B., *Non-Life Insurance Pricing with Generalized Linear Models*; Springer: Berlin/Heidelberg, 2010.
- Richman, R., Wüthrich, M. V., "LocalGLMnet: interpretable deep learning for tabular data". *Scandinavian Actuarial Journal*, 2022, dostupno na adresi: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/03461238.2022.2081816>, 20.3.2025.

- Schelldorfer, J., Wüthrich, M., "Nesting Classical Actuarial Models into Neural Networks", 2019, dostupno na adresi: SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3320525> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3320525> ssrn-3320525.pdf, 12.2.2025.
- Styrud, L., *Risk Premium Prediction of Car Damage Insurance Using Artificial Neural Networks and Generalized Linear Models*, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2017.
- Wilson A. et al., "A Comparison of Generalised Linear Modelling with Machine Learning Approaches for Predicting Loss Cost in Motor Insurance", *Risks*, 12: 62/2024, <https://doi.org/10.3390/risks12040062>.
- Wüthrich, M. V., "Bias regularization in neural network models for general insurance pricing" *European Actuarial Journal*, 10 (1), 2020, 179–202.
- Wüthrich, M. V., Merz, M., *Statistical Foundations of Actuarial Learning and its Applications*, Springer Actuarial, 2022, dostupno na adresi: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-031-12409-9>.
- Wüthrich, M. V., Merz, M., "Yes, we CANN!", *ASTIN Bull*, 49:1–3, 2019.
- Udruženje aktuara Republike Srpske, Seminar na temu izrade tarifa u osiguranju, 2015, dostupno na adresi: <https://uars.rs.ba/foto-galerija-seminar-mart-2015/> i Udruženje aktuara Republike Srpske, Određivanje cijena osiguranja odgovornosti za motorna vozila, 2016, dostupno na adresi: <https://uars.rs.ba/odredjivanje-cijene-osiguranja-motorna-vozila/>, 2.6.2025.
- Xu W. et al., "Understanding and Detecting Hallucinations in Neural Machine Translation via Model Introspection", *Transactions of the Association for Computational Linguistics*, 2023, vol. 11, 546–564.